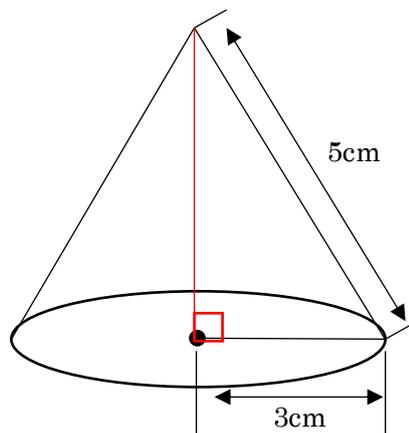


中学1年総復習プリント7 <詳細解説>

右図のように、底面の半径が3cm、母線が5cmの立体がある。この立体について以下の問いに答えなさい。

- (1) 右図のような立体を何といいますか？
漢字で答えなさい。

答え 円錐 (えんすい)



- (2) 右図の立体の体積を求めなさい。
円錐の体積は底面積×高さ÷3で求まる。
高さは底面積と垂直で頂点に伸びる部分であるため、
三平方の定理を使い高さを求める。
高さを a とおくと、

$$a^2 + 3^2 = 5^2$$

$$a^2 = 5^2 - 3^2$$

$$a^2 = 25 - 9$$

$$a^2 = 16$$

$$a = \pm 4$$

$$a > 0 \text{ より } a = 4$$

上記のように高さを求めることが出来る。

円錐の底面積は円なので、

$$\pi r^2 = \pi \times 3 \times 3$$

$$= 9\pi$$

円錐の体積は底面積×高さ÷3より、

$$9\pi \times 4 \div 3 = 12\pi$$

答え $12\pi\text{cm}^3$

- (3) 右図の立体の展開図を描きなさい。
 おうぎ形の中心角も計算し、書き入れなさい。

一般的な円錐の展開図は以下のようなになる。

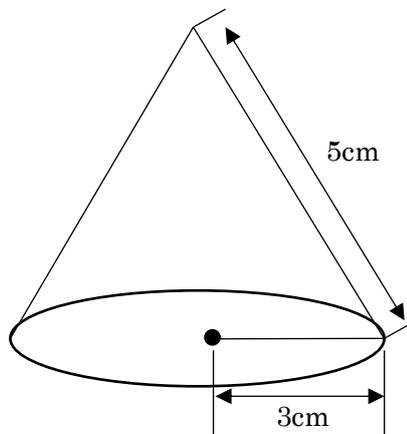
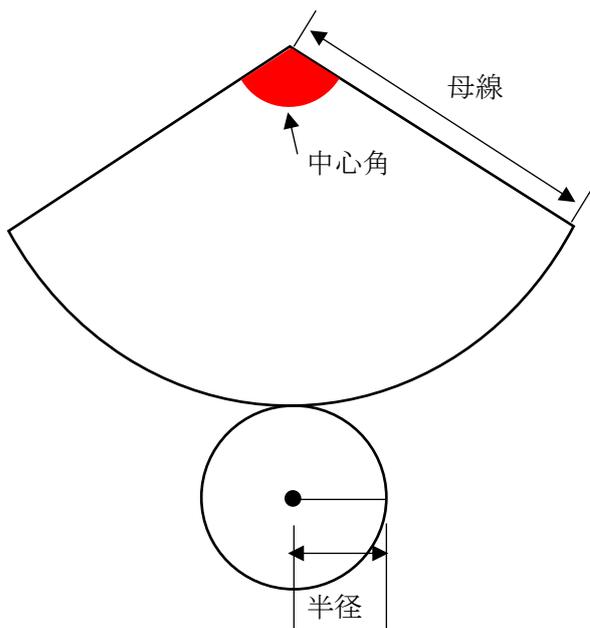


図 1

おうぎ形の形は中心角によって変形するので注意が必要です。

中心角が求まらなると、おうぎ形の形を決められないので、中心角を先に求める必要があります。

おうぎ形の問題として、中心角、弧、面積を求める場面が多くありますが、同じやり方で求めることができます。

おうぎ形のあらゆる要素を求めるために必要なのは「割合」です。

おうぎ形は円が欠けている状態と言えますが、完全な円だった場合と比べて、どれくらい欠けている存在なのかを求めます。

分かりにくい場合はおうぎ形が半円の場合を想像してみてください。

半円は完全な円の状態の半分なので、中心角は半分の 180° 、弧・面積は半分になるのが予想できると思います。

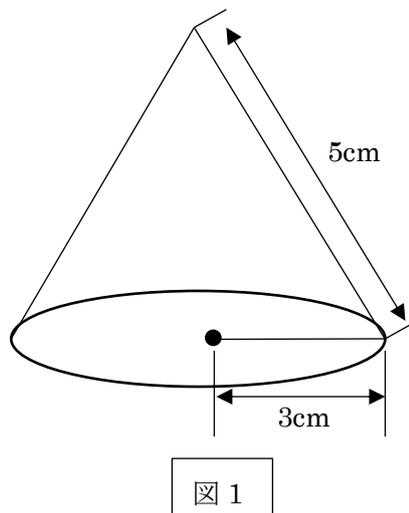
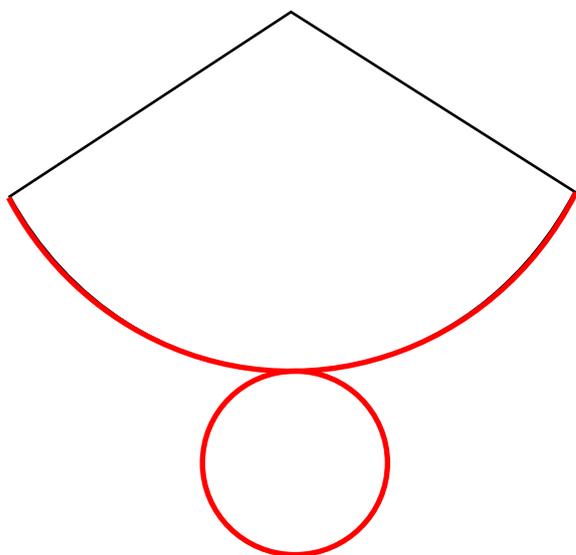
さて、円錐の問題でおうぎ形の割合を求めるにはどうすればよいのでしょうか？

ポイントは底面積の円周とおうぎ形の弧にあります。

実は底面積の円周とおうぎ形の弧は立体の時には元々くっついていた場所なので長さが一緒です。

そこで、おうぎ形の弧を底面積の円周から求めます。

おうぎ形の弧の長さが分かれば、おうぎ形が完全な円だった場合と比較して割合を出すことができます。



今回の場合、半径は 3cm なので、底面積の円周は $2\pi r$ より、

$$2\pi r = 2\pi \times 3 = 6\pi$$

となります。

底面積の円周とおうぎ形の弧の長さは等しいので、おうぎ形の弧の長さも 6π cm となります。

おうぎ形が完全な円であるときの円周は、母線の長さが半径部分になるため、

$$2\pi r = 2\pi \times 5 = 10\pi \text{ cm}$$

となります。

割合は $\frac{\text{おうぎ形の弧}}{\text{完全な円の円周}}$ によって求めることができます。そのため、

$$\text{割合} = \frac{6\pi}{10\pi} = \frac{3}{5}$$

と表すことができます。

おうぎ形は、この割合を完全な円であるときの中心角、円周、面積にかけることで、おうぎ形の中心角、弧、面積をそれぞれ求めることができます。

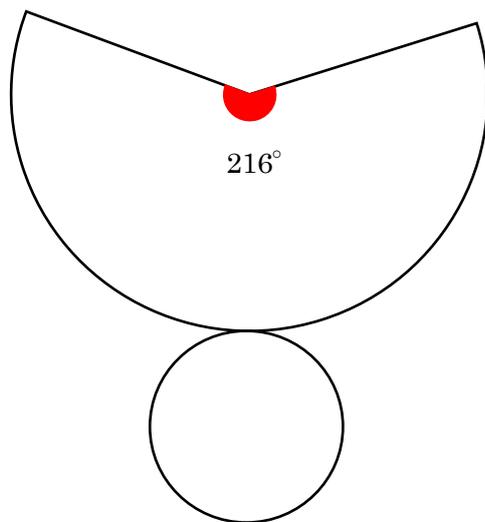
今回の場合は、完全な円であるときの中心角 360° に求めた割合 $\frac{3}{5}$ をかけます。

$$360^\circ \times \frac{3}{5} = 216^\circ$$

そのため、おうぎ形の中心角は 216° ということが分かります。

この情報を元に展開図を描くと以下ようになります。

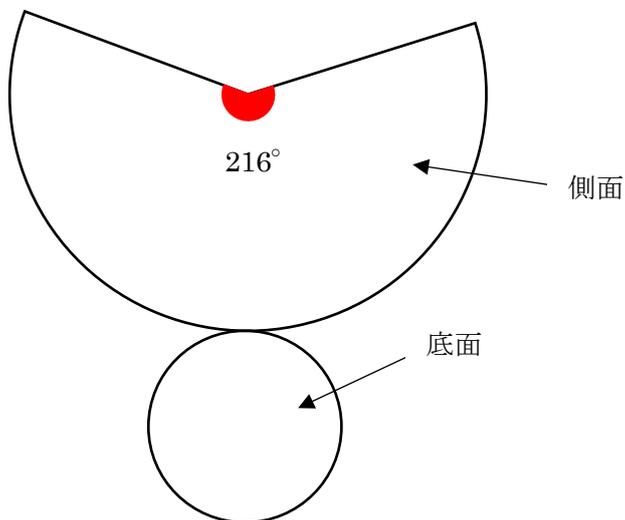
<答え>



角度はざっくりでかまいませんが、目安として 180° より大きく、 270° より小さいことを考えて描きましょう。

(4) 右図の立体の表面積を求めなさい。

表面積は、(3) で描いた展開図の側面と底面を合わせた面積ということになります。



側面はおうぎ形です。側面であるおうぎ形の面積を求めるには、完全な円の状態のときと、おうぎ形の比較より算出した割合を、完全な円の状態のときの面積にかけます。

完全な円の状態の面積は半径 5cm より、

$$\pi r^2 = 5 \times 5 \times \pi = 25\pi \text{ cm}^2$$

側面のおうぎ形の面積はこれに割合をかけます。

$$25\pi \times \frac{3}{5} = 15\pi \text{ cm}^2$$

底面積は半径 3cm の円であるため、

$$\pi r^2 = 3 \times 3 \times \pi = 9\pi \text{ cm}^2$$

表面積は側面積と底面積を合わせたものなので、

$$15\pi + 9\pi = 24\pi \text{ cm}^2$$

となります。

答え $24\pi \text{ cm}^2$